Prof. Dr. Alfred Toth

Qualitative Arithmetik in den peirceschen Zeichenklassen

1. Wie wir in Toth (2021a, b) gezeigt hatten, kann man die Repräsentationsklassen bijektiv auf Komplementärklassen abbilden, indem man statt der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix die in Toth (2021c) eingeführte Leerstellenmatrix

	(.1	→	.2)	(.2	→	.3)
(1.		.α			.β	
↓		α.			α.	
2.)						
(2.		.α			.β	
↓		β.			β.	
3.)						

verwendet. In der folgenden vollständigen Liste aller 27 semiotischen Repräsentationssysteme werden jene ausgestrichen, die nicht der trichotomischen Inklusionsbedingung x ≦ y ≦ z für (3.x, 2.y, 1.z) mit 1, 2, 3 ∈ (1, 2, 3) genügen.

1. ZKl = (3.1, 2.1, 1.1)

3.	.1	2.	.1		
β°	1	α°	1	⇒	(1, 1)
2.	.1	1.	.1		

2. ZKl = (3.1, 2.1, 1.2)

3.	.1	2.	.1		
β°	1	α°	α	⇒	(1, α)
2.	.1	1.	.2		

3. ZKl = (3.1, 2.1, 1.3)

3.	.1	2.	.1		
β°	1	α°	$\beta\alpha$	$\Rightarrow$	$(1, \beta\alpha)$
2.	.1	1.	.3		

4. ZKl = (3.1, 2.2, 1.1)

3.	.1	2.	.2		
$\cancel{\beta^\circ}$	$\cancel{\alpha}$	$\cancel{\alpha^\circ}$	$\cancel{\alpha^\circ}$	$\cancel{\Rightarrow}$	$\cancel{(\alpha, \alpha^\circ)}$
2.	.2	1.	.1		

5. ZKl = (3.1, 2.2, 1.2)

3.	.1	2.	.2		
β°	α	α°	2	$\Rightarrow$	$(\alpha, 2)$
2.	.2	1.	.2		

6. ZKl = (3.1, 2.2, 1.3)

3.	.1	2.	.2		
β°	α	α°	β	$\Rightarrow$	(α, β)
2.	.2	1.	.3		

7. ZKl = (3.1, 2.3, 1.1)

3.	.1	2.	.3		
$\cancel{\beta^\circ}$	$\cancel{\beta\alpha}$	$\cancel{\alpha^\circ}$	$\cancel{\alpha^\circ\beta^\circ}$	$\cancel{\Rightarrow}$	$\cancel{(\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ)}$
2.	.3	1.	.1		

8. ZKl = (3.1, 2.3, 1.2)

3.	.1	2.	.3		
$\cancel{\beta^\circ}$	$\cancel{\beta\alpha}$	$\cancel{\alpha^\circ}$	$\cancel{\beta^\circ}$	$\cancel{\Rightarrow}$	$\cancel{(\beta\alpha, \beta^\circ)}$
2.	.3	1.	.2		

9. ZKl = (3.1, 2.3, 1.3)

3.	.1	2.	.3		
β°	$\beta\alpha$	α°	3	$\Rightarrow$	$(\beta\alpha, 3)$
2.	.3	1.	.3		

10. ZKl = (3.2, 2.1, 1.1)

3. .2 2. .1

~~β° α° α° 1 ⇒ (α°, 1)~~

2. .1 1. .1

11. ZKl = (3.2, 2.1, 1.2)

3. .2 2. .1

~~β° α° α° α ⇒ (α°, α)~~

2. .1 1. .2

12. ZKl = (3.2, 2.1, 1.3)

3. .2 2. .1

~~β° α° α° βα ⇒ (α°, βα)~~

2. .1 1. .3

13. ZKl = (3.2, 2.2, 1.1)

3. .2 2. .2

β° 2 α° α° ⇒ (2, α°)

2. .2 1. .1

14. ZKl = (3.2, 2.2, 1.2)

3. .2 2. .2

β° 2 α° 2 ⇒ (2, 2)

2. .2 1. .2

15. ZKl = (3.2, 2.2, 1.3)

3. .2 2. .2

β° 2 α° β ⇒ (2, β)

2. .2 1. .3

16. ZKl = (3.2, 2.3, 1.1)

3. .2 2. .3

~~β° β α° α°β° ⇒ (β, α°β°)~~

2. .3 1. .1

17. ZKl = (3.2, 2.3, 1.2)

3. .2 2. .3

~~β° β α° β° ⇒ (β, β°)~~

2. .3 1. .2

18. ZKl = (3.2, 2.3, 1.3)

3. .2 2. .3

β° β α° 3 ⇒ (β, 3)

2. .3 1. .3

----

19. ZKl = (3.3, 2.1, 1.1)

3. .3 2. .1

~~β° α°β° α° 1 ⇒ (α°β°, 1)~~

2. .1 1. .1

20. ZKl = (3.3, 2.1, 1.2)

3. .3 2. .1

~~β° α°β° α° α ⇒ (α°β°, α)~~

2. .1 1. .2

21. ZKl = (3.3, 2.1, 1.3)

3. .3 2. .1

~~β° α°β° α° βα ⇒ (α°β°, βα)~~

2. .1 1. .3

22. ZKl = (3.3, 2.2, 1.1)

3. .3 2. .2

~~β° β° α° α° ⇒ (β°, α°)~~

2. .2 1. .1

23. ZKl = (3.3, 2.2, 1.2)

3. .3 2. .2

~~β° β° α° 2 ⇒ (β°, 2)~~

2. .2 1. .2

24. ZKl = (3.3, 2.2, 1.3)

3. .3 2. .2

~~β° β° α° β ⇒ (β°, β)~~

2. .2 1. .3

25. ZKl = (3.3, 2.3, 1.1)

3. .3 2. .3

~~β° 3 α° α°β° ⇒ (3, α°β°)~~

2. .3 1. .1

26. ZKl = (3.3, 2.3, 1.2)

3. .3 2. .3

~~β° 3 α° β° ⇒ (3, β°)~~

2. .3 1. .2

27. ZKl = (3.3, 2.3, 1.3)

3. .3 2. .3

β° 3 α° 3 ⇒ (3, 3)

2. .3 1. .3

2. Die verbleibenden 10 Repräsentationssysteme, auch bekannt als peircesche Zeichenklassen, weisen nun erwartungsgemäß ein hoch defektives System qualitativer Arithmetik auf. Da die erste trichotomische Triade 3, die zweite 2 und die dritte bloß 1 Zeichenklasse enthält, dürfte es ohne Kenntnis des Gesamtsystems unmöglich sein, die Definitionen der ersten drei qualitativen Zahlen zu erkennen.

1. ZKl = (3.1, 2.1, 1.1)

3.	.1	2.	.1		
β°	1	α°	1	⇒	(1, 1)
2.	.1	1.	.1		

2. ZKl = (3.1, 2.1, 1.2)

3.	.1	2.	.1		
β°	1	α°	α	⇒	(1, α)
2.	.1	1.	.2		

3. ZKl = (3.1, 2.1, 1.3)

3.	.1	2.	.1		
β°	1	α°	βα	⇒	(1, βα)
2.	.1	1.	.3		

----

5. ZKl = (3.1, 2.2, 1.2)

3.	.1	2.	.2		
β°	α	α°	2	⇒	(α, 2)
2.	.2	1.	.2		

6. ZKl = (3.1, 2.2, 1.3)

3.	.1	2.	.2		
β°	α	α°	β	⇒	(α, β)
2.	.2	1.	.3		

----

9. ZKl = (3.1, 2.3, 1.3)

3.	.1	2.	.3		
β°	βα	α°	3	⇒	(βα, 3)
2.	.3	1.	.3		

----

14. ZKl = (3.2, 2.2, 1.2)

3.	.2	2.	.2		
β°	2	α°	2	⇒	(2, 2)
2.	.2	1.	.2		

15. ZKl = (3.2, 2.2, 1.3)

3.	.2	2.	.2		
β°	2	α°	β	⇒	(2, β)
2.	.2	1.	.3		

----

18. ZKl = (3.2, 2.3, 1.3)

3.	.2	2.	.3		
β°	β	α°	3	⇒	(β, 3)
2.	.3	1.	.3		

----

27. ZKl = (3.3, 2.3, 1.3)

3.	.3	2.	.3		
β°	3	α°	3	⇒	(3, 3)
2.	.3	1.	.3		

Vor allem aber bleibt bei der Beschränkung auf die 10 Zeichenklassen unentdeckt, daß die Thematisationen der Repräsentationssysteme selbst wieder trichotomische Triaden bilden, die als semiotische, d.h. qualitative Definitionen der ersten drei qualitativen Zahlen dienen können:

1:

1. ZKl = (3.1, 2.1, 1.1) × (1.1 1.2 1.3) (1.2, 1.3)-them. (1.1)

β° 1 α° 1 ⇒ (1, 1)

10. ZKl = (3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3) (1.2, 1.3)-them. (2.3)

β° α° α° 1 ⇒ (α°, 1)

19. ZKl = (3.3, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 3.3) (1.2, 1.3)-them. (3.3)

β° α°β° α° 1 ⇒ (α°β°, 1)

2:

5. ZKl = (3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3) (2.1, 2.2)-them. (1.3)

3.	.1	2.	.2		
β°	α	α°	2	⇒	(α, 2)

14. ZKl = (3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3) (2.1, 2.2)-them. (2.3)

3.	.2	2.	.2		
β°	2	α°	2	⇒	(2, 2)

23. ZKl = (3.3, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 3.3) (2.1, 2.2)-them. (3.3)

3.	.3	2.	.2		
β°	β°	α°	2	⇒	(β°, 2)

3:

9. ZKl = (3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3) (3.1, 3.2)-them. (1.3)

3.	.1	2.	.3		
β°	βα	α°	3	⇒	(βα, 3)

18. ZKl = (3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3) (3.1, 3.2)-them. (2.3)

3.	.2	2.	.3		
β°	β	α°	3	⇒	(β, 3)

27. ZKl = (3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3) (3.1, 3.2)-them. (3.3)

3.	.3	2.	.3		
β°	3	α°	3	⇒	(3, 3).

d.h.

$$1 \begin{array}{ll} \nearrow & \text{(1.2, 1.3)-them. (1.1)} \\ \rightarrow & \text{(1.2, 1.3)-them. (2.3)} \\ \searrow & \text{(1.2, 1.3)-them. (3.3)} \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{l}a\\b\\c\end{array}}\right\} \quad \text{trich. Triade} = f(1)$$

$$\left.\begin{array}{lll} & \nearrow & (2.1, 2.2)\text{-them. } (1.3) \\ 2 & \rightarrow & (2.1, 2.2)\text{-them. } (2.3) \\ & \searrow & (2.1, 2.2)\text{-them. } (3.3) \end{array}\right\} \qquad \text{trich. Triade} = f(2)$$

$$\left.\begin{array}{lll} & \nearrow & (3.1, 3.2)\text{-them. } (1.3) \\ 3 & \rightarrow & (3.1, 3.2)\text{-them. } (2.3) \\ & \searrow & (3.1, 3.2)\text{-them. } (3.3) \end{array}\right\} \qquad \text{trich. Triade} = f(3)$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Eine strukturelle Bedingung für Eigenrealität. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2021a

Toth, Alfred, Strukturelle Bedingungen von Identität in Komplementärklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2021b

Toth, Alfred, Einführung semiotischer Gitter. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2021c

24.2.2021